

二軸応力を受ける機械要素への銅めっき応力測定法の適用

北岡 征一郎
鳥取大学工学部機械工学科

Adaptation of Copper Electroplating Method to Machine Element under Biaxial Stress Condition

Seiichiro KITAOKA
Department of Mechanical Engineering, Faculty of Engineering
Tottori University, Tottori, 680-8552 Japan
E-mail: kitaoka@mech.tottori-u.ac.jp

Abstract: In the case of combined loads such as the simultaneous action of cyclic torsion and plane bending acting on the machine element, neither the first nor second principal stress amplitude can be detected by the copper electroplating method of stress analysis because this method utilizes the phenomenon that grown grains appear when the maximum shearing stress amplitude in the deposited layer attains the proper value to the plating. I comment on a unique method adopting copper foil with micro circular holes that enables separation and measurement of the first and second principal stresses in the element subjected to combined loads.

Key Words: Copper Electroplating Method, Biaxial Stress, Micro Circular Hole

1. はじめに

銅めっき応力測定法[1]は、私の恩師であり、今は故人となられた名古屋大学名誉教授の大久保肇先生が東北大学に在籍中に考案された実験的応力解析法である。現在使用されている多くの実験的応力解析法が外国人研究者の発案によるものであるのに対し、この方法は数少ない日本人研究者の手によるものである。

銅めっき応力測定法に関する数多くの研究論文があり、その測定原理から応用に関して今は絶版となっているが、「銅めっき応力測定法」として朝倉書店より専門書が発刊されていた。この専門書は旧ソビエト連邦で海賊版が発刊され、私もその一冊を大久保先生から頂戴した覚えがある。

どのような実験的応力解析法でも長所と短所があり、現在最も広く使用されている実験的応力測定法である電気抵抗線ひずみゲージといえども万能ではない。

大久保 肇先生は、この方法にない長所をもった応力測定法の開発に腐心され、銅めっき応力測定法の開発にこぎつけられたと先輩より聞いた覚えがある。この測定法は、まことにユニークであり、どのような構想から考え出されたものかは

大久保先生亡き今となつては知る由もない。ただ一言、「北岡君、机の前に座っているだけでは駄目だよ。」とおっしゃられたことを覚えている。

大久保先生から頂いた学位論文のテーマは、応力測定法ではなく、「炭素鋼の過小応力効果に関する研究」であったため、助手、講師、助教授時代は材料の疲労やその疲労過程において生ずるき裂を対象とした研究が主であった。

鳥取大学に赴任する数年前から、自身の好奇心と博士課程に在籍する学生もいたため、新しいテーマを模索し、銅めっき応力測定法の短所の一つを克服する手法を考案するに至った。

教員生活を締めくくるに当たり、その概要を紹介させていただく。

2. 銅めっき応力測定法の概要

電着（電気めっき）により作成した銅に繰返し負荷が作用すると、図1に示すような組織変化（結晶粒子の成長）が生ずる。銅めっき応力測定法は、この現象を利用して機械要素などに作用する繰返し応力の大きさを求める実験的応力解析法である。

実際の応力測定に当たっては、要素に直接銅めっきを施すかあるいは銅めっき箔を接着する。

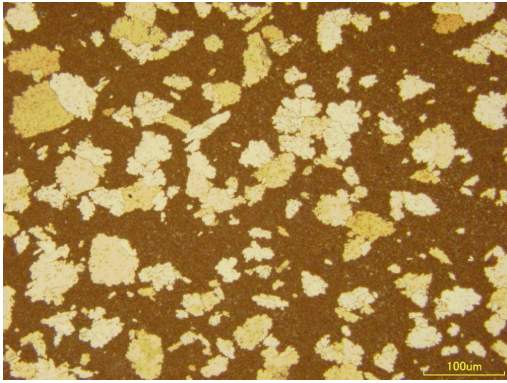
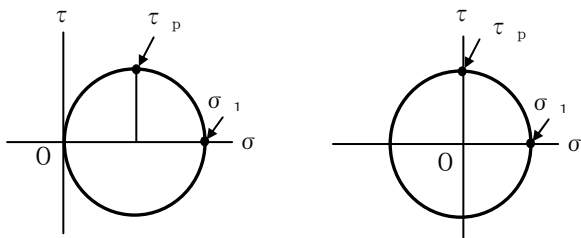


図1 電着銅に発生した成長粒子

成長粒子の発生割合（成長粒子発生密度）は、繰返し数および作用する応力振幅に支配され、繰返し数の増加および応力振幅の増加はともに発生密度を増加させる。

成長粒子の発生を支配するのは、図2のモールの応力円に示すせん断応力 τ_p に相当する振幅である。したがって、単軸あるいは純せん断といった限られた応力状態（図2(a), (b)）に対しては最大主応力 σ_1 を求めることができるが、機械要素の表面によく現れる二軸応力状態（図3）に対しては各主応力 σ_1 、 σ_2 を決定できない。

機械・構造物の破壊の起点は、殆どの場合要素あるいは部材表面にあり、破壊原因の大部分を占める疲労破壊には図3の最大主応力 σ_1 と応力振幅 τ_p の両者が関与する。したがって、応力測定



(a) 単軸応力 ($\sigma_1 = 2\tau_p$) (b) 純せん断 ($\sigma_1 = \tau_p$)

図2 要素表面の応力状態

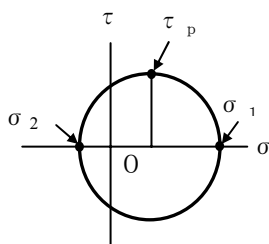


図3 二軸応力状態 ($2\tau_p = \sigma_1 - \sigma_2$)

法としては、これらを共に測定できる方法がより望ましい。

最も広く使用されている電気抵抗線ひずみゲージでは、ひずみロゼットを用いることにより、これらを測定することが可能になる。しかしながら、この方法ではリード線を必要とするため、回転体や密閉空間内に置かれた要素には容易に適用できない。これに対し、銅めっき応力測定法は、リード線を必要としないため、電気抵抗線ひずみゲージでは測定が困難な要素にも容易に適用できる利点がある。

3. ひずみロゼット

銅めっき応力測定法に基づいて σ_1 、 σ_2 を求める方法について述べる前に、この方法を思いつくヒントとなったひずみロゼットについて若干述べてみたい。

本来、材料表面の伸びや縮み（垂直ひずみ）しか測定できない電気抵抗線ひずみゲージに、弾性理論から得られた主ひずみと任意の方向に生ずる垂直ひずみ、せん断ひずみの間に成り立つ関係式[2]を応用すれば、三方向の垂直ひずみを利用して任意の方向のせん断ひずみをも求めることができる。この種のゲージはひずみロゼットあるいはロゼットゲージとよばれている。

測定原理は上述のように、まず任意の三方向の垂直ひずみ ϵ_ϕ 、 $\epsilon_{\alpha+\phi}$ 、 $\epsilon_{\alpha+\beta+\phi}$ （図4）を測定する。さらに、これらの値に基づいてモールのひずみ円を求めれば、測定個所のひずみの状態を完全に決定でき、任意の方向のせん断ひずみを求めることも可能となる。

モールのひずみ円を作成する手順は以下のようなものである。縦軸に $\gamma/2$ を、横軸に仮の ϵ 軸を取る。測定された $\epsilon_{\alpha+\phi}$ を通って ϵ 軸に垂線を立て、垂

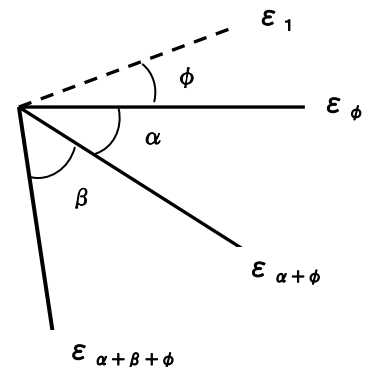


図4 ひずみロゼットによる垂直ひずみの測定

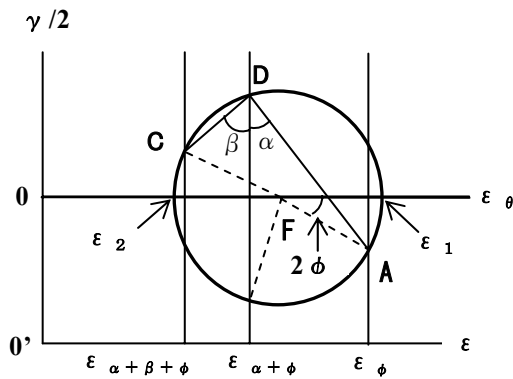


図5 垂直ひずみによるモールのひずみ円

線上の任意の点Dよりこの垂線に対して図4に示した角度 α , β でそれぞれ直線を引き, ε_α および $\varepsilon_{\alpha+\beta+\phi}$ を通る垂線との交点をA, Cとする. A, D, Cを通る円が求めるモールのひずみ円となる[2].

4. 銅めっき応力測定法による主応力の分離

本題に入る前に, これから紹介する方法とは異なる方法で銅めっき応力測定法を利用して主応力を分離する方法も試みたが[3], 測定値を求めるには煩雑な手順が必要であり, 実機への適用という観点からみれば決して満足のいくものではありませんでした.

垂直ひずみしか測定できない電気抵抗線ひずみゲージにより, せん断ひずみを求める方法があるのであれば, せん断ひずみしか測定できない銅

めっき応力測定法により, 主ひずみを求める方法も存在するのではないのだろうか? 「逆もまた真なり」と諺に言われているではないか. 本研究のきっかけは, このような単純な思いつきから始まりました. 構想を現実のものとするには, 何らかの弾性理論を応用した工夫を銅薄膜に施す必要がありそうだという臆気な想いが頭の片隅にありました.

4. 1 両端に組合せ負荷を受ける要素

応力集中問題の代表的な例として, 円孔を有する無限平板が σ_0 と τ_0 の組合せ応力を受ける問題がある(図6). 平板内では二軸応力状態となり, 円孔縁において最も応力が高くなる箇所Aは, 負荷の状態によって一義的に定まることが知られている[2].

これを電着銅薄膜に適用すれば, σ_1 と σ_2 を求めることが可能にならないであろうか.

両端に引張りとねじりを受ける丸軸を考えれば, 要素表面の応力状態は図6と同じであり, 二つの主応力は $\sigma_1 > 0$, $\sigma_2 < 0$ となり, 図3の応力状態にある. また, 成長粒子の発生を支配するのは, $\tau_p = (\sigma_1 - \sigma_2)/2$ である.

円孔を有する電着銅薄膜に図6と同様の負荷が作用すれば, 円孔縁において最大応力が発生する箇所は第1主応力の作用方向と直交する点Aとなり, 成長粒子はまずここに発生するはずである. また, この薄膜を図6と同じ応力状態にある丸軸に接着した場合にも成長粒子は同じ箇所に発生すると考えられる. ここで, 図6のように要素の軸と直交する方向からの偏角を θ とすれば, 要素に生ずる各主応力 σ_1 , σ_2 は以下の式で表される[4].

$$\sigma_1 = \tau_p \left(1 + \frac{1}{\sqrt{1+\beta^2}} \right) \quad (1)$$

$$\sigma_2 = \tau_p \left(\frac{1}{\sqrt{1+\beta^2}} - 1 \right) \quad (2)$$

ただし,

$$\beta = \tan 2\theta \quad (3)$$

これより, 被測定部に円孔を有する電着銅薄膜を接着し, 円孔縁において成長粒子が発生し始める箇所(θ)と薄膜自体に成長粒子が発生を開始す

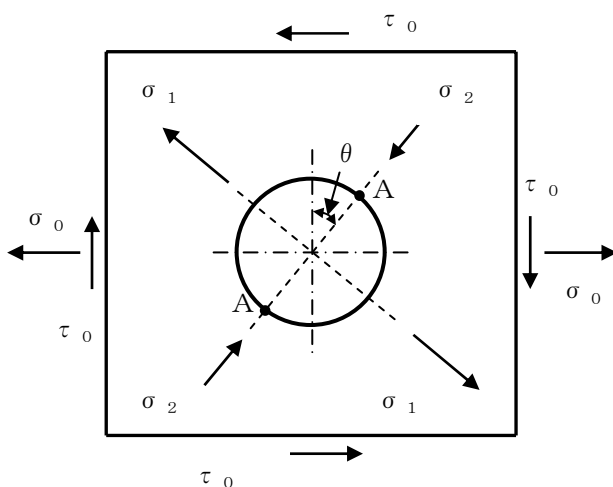


図6 外力を受ける円孔を有する無限平板

る繰返し数から定まる τ_p を求めれば、式(1), (2)により σ_1, σ_2 を決定できることになる。

マイクロドリルで電着銅薄膜に直径 0.3 mm の微小な円孔を作製し、成長粒子の発生箇所を調査してこの手法の精度を検証した結果、 σ_1 では最大 1 %, σ_2 では 3 % 以内となり、実用上十分な精度を有することを明らかにした[4]。

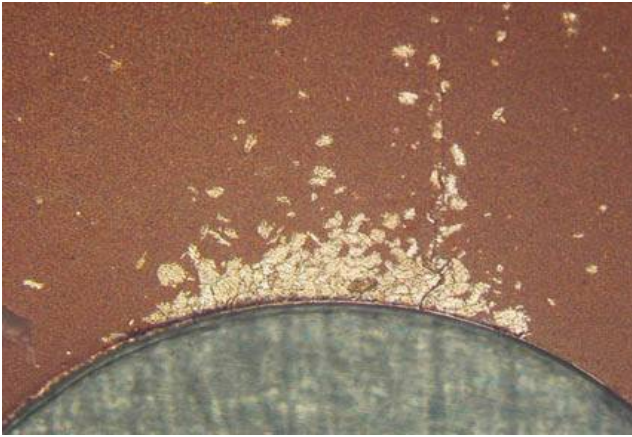
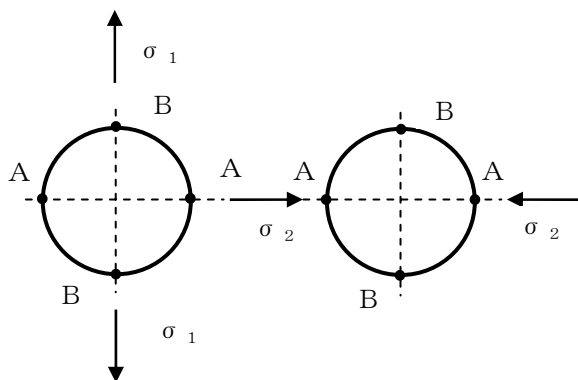


図7 円孔縁に発生した成長粒子

4. 2 二軸応力測定法の一般問題への拡張

前節の方法は θ が既知の場合には適用できるが、機械要素の中には、 θ が未知となるものも少なくない。したがって、このような場合にも適用可能なより汎用性のある方法を考える必要がある。この方法を思い付くのにかなりの時間を要したが、薄膜に円孔を形成する方法に比べれば容易であった。成長粒子の発生を支配する円孔縁の応力集中度は σ_1 と σ_2 の大きさに支配されるから、この点に着目すれば問題解決につながると考えた[5]。



(a) 単軸引張り (b) 単軸圧縮

図8 円孔縁の点Aの応力集中

図6の組合せ負荷の応力状態は、図8(a)に示す単軸引張りとは図8(b)のこれと直交する単軸圧縮の重ね合わせである。

図8(a)の単軸引張りに対する点Aの応力集中度を α_1 、図8(b)の単軸圧縮に対する点Aの応力集中度を α_2 とする。

図8(a)の単軸引張りとは図6の組合せ負荷において点Aの応力が等しくなる条件を求めれば、

$$\alpha_1 \sigma_{ph} = \alpha_1 \sigma_1 - \alpha_2 \sigma_2 \quad (4)$$

ただし、単軸引張応力を σ_{ph} とする。

組合せ負荷において作用する最大せん断応力 τ_p は

$$\tau_p = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \quad (5)$$

式(4), (5)より

$$\sigma_1 = \frac{\alpha_1 \sigma_{ph} - 2\alpha_2 \tau_p}{\alpha_1 - \alpha_2} \quad (6)$$

$$\sigma_2 = \frac{\alpha_1 \sigma_{ph} - 2\alpha_1 \tau_p}{\alpha_1 - \alpha_2} \quad (7)$$

右辺の τ_p は銅めっき応力測定法により測定できるから、 α_1, α_2 および σ_{ph} が決定できれば、各主応力 σ_1, σ_2 を求めることができることがわかる。

図8(a)の応力状態において銅薄膜に成長粒子が発生する応力振幅と繰返し数の関係、すなわち成長粒子発生の限界応力曲線 ($\sigma_p - N$ 曲線) と円孔縁での成長粒子発生の限界応力曲線 ($\sigma_{ph} - N$ 曲線) を実験的に求めれば (図9), 点Aに成長

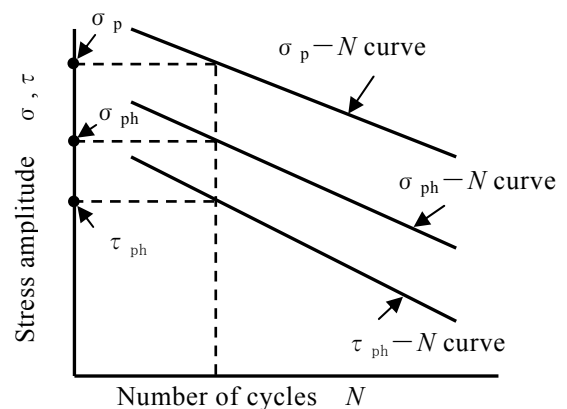


図9 α_1, α_2 の決定法

粒子が発生する条件は

$$\sigma_p = \alpha_1 \sigma_{ph} \quad (8)$$

式(8)より、 α_1 を決定できる。一方、 α_2 は図8(b)に相当する単軸圧縮試験により求めることはできない。この場合の最大応力集中箇所は点Bとなり、成長粒子はこの点から発生を開始するからである。この難点を回避して α_2 を決定するために、以下の方法を採用した。

図8(a),(b)を重ね合わせて、 $\sigma_1 = -\sigma_2 (= \tau_{ph})$ とすれば、これは純せん断となる。この場合の最大応力集中箇所は点A、Bとなり、点Aも成長粒子の発生箇所となる。そこで、純せん断に相当する繰返しねじり試験を実施し、この場合の円孔縁での成長粒子発生の限界応力曲線($\tau_{ph}-N$ 曲線)を求める(図9)。点Aに成長粒子が発生する条件は式(8)と同様に

$$\sigma_p = (\alpha_1 + \alpha_2) \tau_{ph} \quad (9)$$

$\eta = \frac{\sigma_{ph}}{\tau_{ph}} - 1$ とおけば、式(8),(9)より

$$\sigma_1 = \frac{\sigma_{ph} - 2\eta\tau_p}{1 - \eta} \quad (10)$$

$$\sigma_2 = \frac{\sigma_{ph} - 2\tau_p}{1 - \eta} \quad (11)$$

ここに、 $\sigma_p = 2\tau_p$ である。したがって、 α_1 、 α_2 を定めなくても σ_{ph} 、 τ_{ph} を求めれば σ_1 、 σ_2 を決定できることがわかる。

この方法は $\sigma_1 > 0$ 、 $\sigma_2 > 0$ となる二軸引張り状態の応力集中部へも適用できる[7]。

4. 3 円孔縁における成長粒子発生割合の応力依存性

成長粒子は電着銅の内部ひずみの大きな箇所から順次発生を開始する[6]。したがって、同一形状の複数個の円孔を想定した場合、Aの応力集中率が同一でも、この点に成長粒子が発生を開始する応力と繰返し数の関係は個々の円孔によって異なることになる。したがって、主応力 σ_1 、 σ_2 を精度良く計測するためには、複数個の円孔を対象とした統計的測定法が必要となる。

図10に示すフォトエッチングにより作製した直径約 $60\mu\text{m}$ の微小な円孔を有する電着銅薄膜を用い、円孔総数を曲げに対しては160個、ねじ

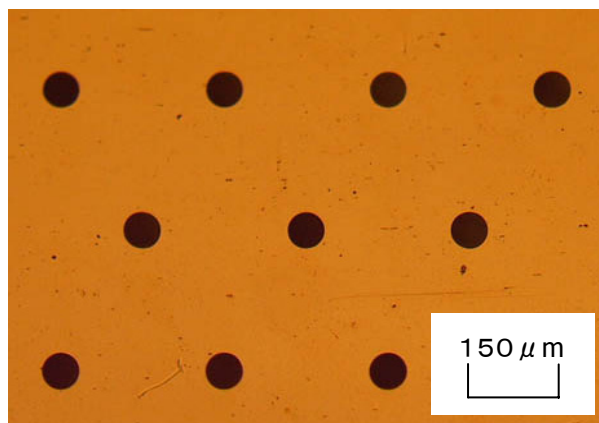
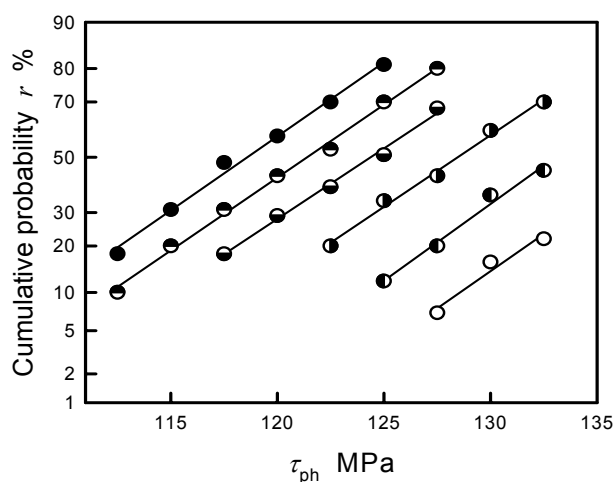
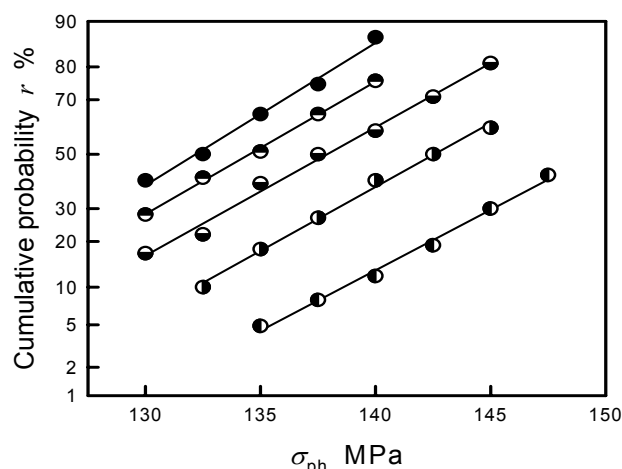


図10 フォトエッチングによる微小円孔

	○	◐	◑	◒	◓	●
$N \times (10^5)$	7	10	15	20	25	30



(a) 繰返しねじり



(b) 平面曲げ

図11 すべり線発生割合と応力繰返し数の関係

りに対しては80個とし、繰返し応力と円孔縁にすべり線が発生する割合 r の関係を調査した結果を正規確率紙により図11に示す[8]。なお、すべり線が発生した箇所に電解研磨、エッチングを施せば成長粒子が確認される[図12]。

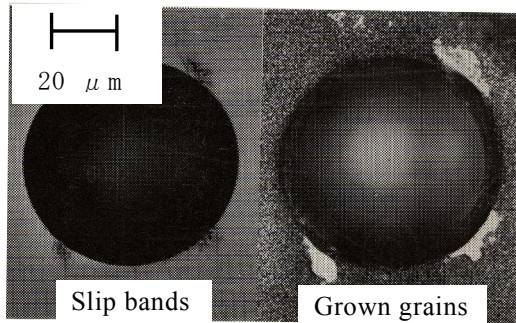


図12 円孔縁に発生したすべり線と成長粒子

ここで、成長粒子に代わりすべり線を採用したのは、上述の処理によって生ずる円孔形状の変化を防ぐためである。また、すべり線発生割合 r とは、対象とした全円孔縁の最大応力集中箇所に対するすべり線の発生箇所の割合である。図に認められるすべり線発生割合 r の繰返し応力および繰返し数依存性は、材料の疲労破壊にも認められ[9]、両者は類似した現象となる。そこで、疲労破壊を取り扱うのに用いられる確率過程を本現象に対しても適用し、 r が応力および繰返し数のいかなる関数となるかを検討してみた。

4. 4 円孔縁におけるすべり線発生の確率過程

図11に基づき、種々の繰返し応力についてすべり線発生の認められない割合 $P(1-r)$ (非破壊確率) と繰返し数の関係を調査した結果を図13に示す。図にみられるように、 $\ln P$ と N の関係は上に凸の曲線となるから、すべり線発生までの過程は多状態確率過程であり、すべり線発生以前に成長粒子の核生成および核成長の過程が先行することから[10]、3過程に分けて遷移確率を μ とおけば、次式が得られる[11]。

$$P(N) = \exp(-\mu N) \sum_{i=1}^3 \frac{(\mu N)^{i-1}}{(i-1)!} \quad (12)$$

ここに、 $P(N) = 1 - r$ である。

図11の種々の応力の所定の N に対する $P(N)$ (図11の●印) を式(12)に代入して μ を定めれば、表1の値となり、 μ は繰返し応力の値に依存することがわかる。この μ に基づいて、式(12)により各応力に対する $P(N) - N$ 関係を求めれば、図の実線となり、測定値とよく一致する。

$P(N)$ を繰返し応力の関数として表示するために、 μ の応力依存性を明らかにする。これに関しては種々の実験式が得られており、ここでは次式を採用し、円孔縁のすべり線発生に対してこの式の適用の可否を検討してみた。

$$\mu = \alpha \exp(\beta \sigma) \quad (13)$$

ねじりおよび曲げに対し、それぞれ二種の応力 $\tau_{ph} = 115\text{MPa}$, 130MPa , $\sigma_{ph} = 130\text{MPa}$, 145MPa を選べば、式(13)の α , β の値が決定できる(表

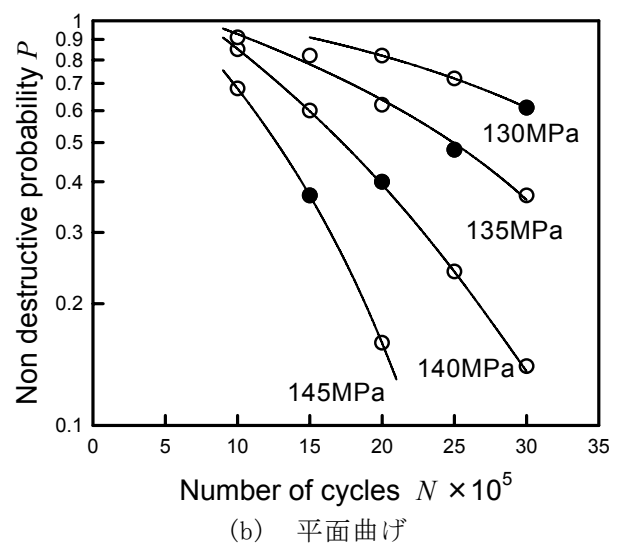
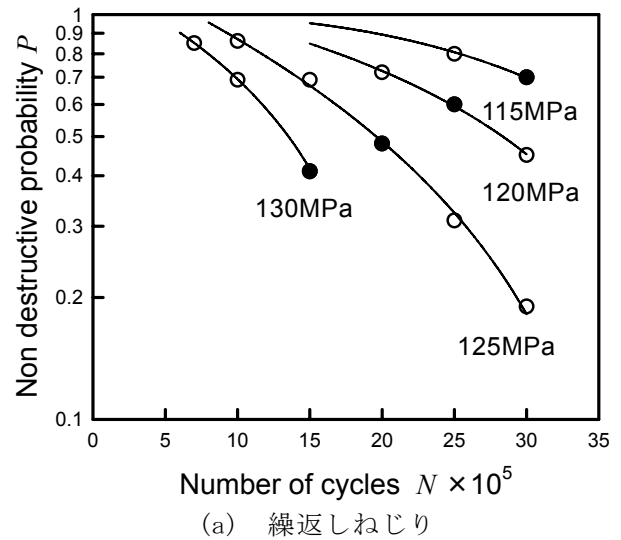


図13 成長粒子の非発生割合と繰返し数の関係

表1 遷移確率と繰返し応力の関係
(a) 繰返しねじり

τ_{ph}	$N (\times 10^5)$	μ
115	30	0.060
120	25	0.095
125	20	0.138
130	15	0.195

(b) 平面曲げ

σ_{ph}	$N (\times 10^5)$	μ
130	30	0.073
135	25	0.108
140	20	0.157
145	15	0.219

表2 係数 α , β の値

	α	β
繰返しねじり	7.706×10^{-5}	7.82×10^{-2}
平面曲げ	5.312×10^{-6}	7.34×10^{-2}

2). この値により, 式(12), (13)から $r - \tau_{ph} - N$ および $r - \sigma_{ph} - N$ の関係を求めれば, それぞれ図11の実線となり, 測定値とよく一致することがわかる. したがって, ねじりおよび曲げに対する円孔縁のすべり線発生割合 r は次式で表示できる.

$$r = 1 - \exp(-\mu N) \sum_{i=1}^3 \frac{(\mu N)^{i-1}}{(i-1)!} \quad (14)$$

以上の結果から, 曲げおよびねじりに対しそれぞれ2種類の応力を選び, 所定の N における r を測定すれば, 任意の応力および繰返し数における r を決定できる.

したがって, 要素に接着した電着銅薄膜自体に成長粒子あるいはすべり線が発生を開始する繰返し数より較正曲線($\sigma_p - N$ 曲線)に基づいて σ_p を決定し, 任意の繰返し数における r を測定してこれに対する σ_{ph} , τ_{ph} を式(14)により定めれば, 式(11), (12)により二軸応力状態にある要素の各主応力を求めることができることがわかる.

4. 5 被測定物の弾性係数の影響

本手法を実際の機械要素に適用する場合を想定すると, 要素の弾性係数は種々に異なる. しかしながら, 前節までの主応力分離式には被測定物の弾性係数の相違が考慮されていない.

そこで, 被測定物とこれに接着する銅薄膜の弾

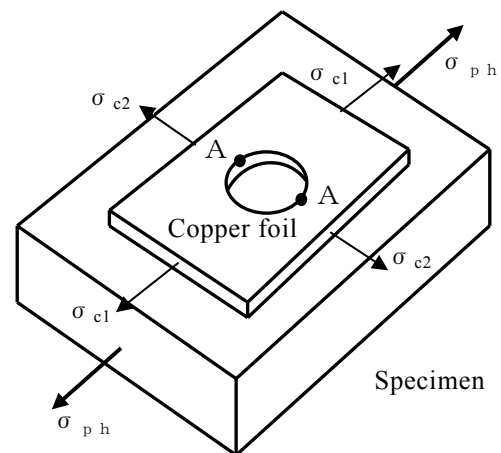
性係数の相違を考慮して主応力分離式を修正し, 弾性係数の異なる3種類の材料について平面曲げ(単軸)と平面曲げ-繰返しねじり組合せ(二軸)試験を実施して修正式の妥当性を検証してみた.

図14(a), (b)の両場合において円孔縁の点における応力が等しくなるとき, 銅薄膜と試験片の界面のひずみの連続性を考慮すると次式が導かれる[12].

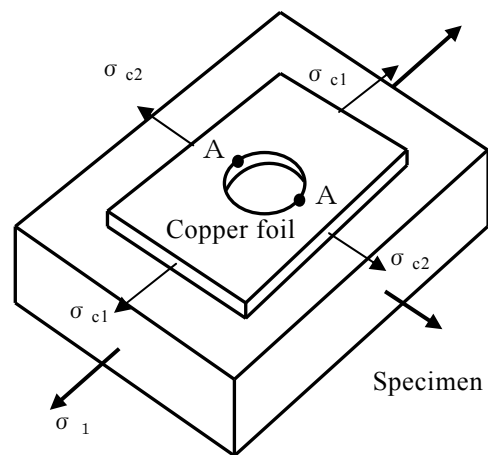
$$\sigma_{ph} / \sigma = 1 + C(\beta - \eta)(1 - \beta\eta) \quad (15)$$

ここに,

$C = \sigma_2 / \sigma_1$, $\beta = (v_c - v_m) / (1 - v_c v_m)$, $\eta = \alpha_2 / \alpha_1$ であり, v_c , v_m はそれぞれ銅薄膜および試験片のポアソン比である. 式(15)より, σ_{ph} / σ_1 は β すなわち v_c と v_m に依存し, η は円孔直径と薄膜厚さに依存する定数であり[4], 被



(a) 単軸応力



(a) 二軸応力

図14 試験片に接着した銅薄膜の応力状態

表3 σ_{ph}/σ_1 の実験値と η

	σ_{ph}/σ_1	η
チタン合金	1.12~1.13	0.08~0.09
アルミニウム合金	1.09~1.10	0.09~0.10
SUS430	1.02~1.03	0.08~0.09

測定物の弾性係数とは無関係に一定値となる。

試験片材料としてチタン合金($\nu_m=0.381$)、アルミニウム合金($\nu_m=0.338$)、SUS430($\nu_m=0.261$)を用い、種々の繰返し数において円孔縁のすべり線発生割合が $r=50\%$ となる応力振幅より得られた σ_{ph}/σ_1 の値とこの値を式(15)に代入して計算される η の値を表3に示す。

σ_{ph}/σ_1 の値は ν_m により相違するが、 η は一定値となり、式(15)の妥当性が裏付けられる。

詳細は省略するが、被測定物と銅薄膜のポアソン比の相違を考慮して得られた式(15)から導かれる σ_1 、 σ_2 とこの点を考慮しない式(11)、(12)による σ_1 、 σ_2 とを比較した結果、 σ_1 には殆ど相違がないが、ポアソン比の相違を考慮しない場合には σ_2 は実際よりも10%程度大きくなることが明らかになった。

	τ_p MPa		
C ($=\sigma_2/\sigma_1$)	65	60	55
0.0437	●	●	○
-0.145	▼	▼	▽
-0.528	■	■	□
-0.782	◆	◆	◇
-0.985	▲	▲	△

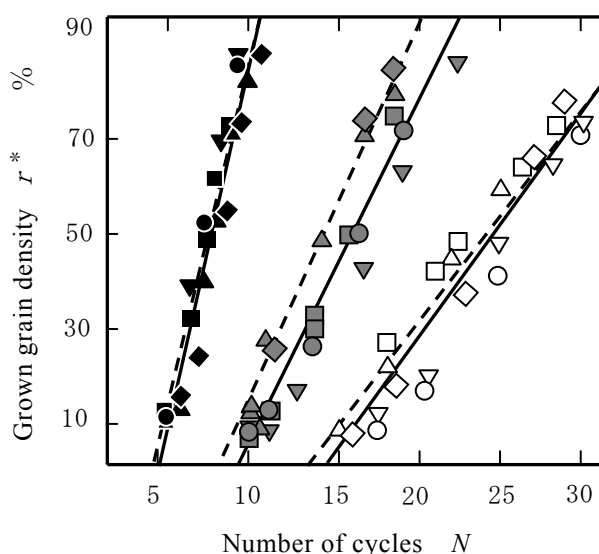


図15 成長粒子発生密度と繰返し数の関係

4. 6 較正曲線(σ_p-N 曲線)を用いない方法

これまで述べてきたように、 σ_1 と σ_2 を分離して計測する本測定法においては要素に作用する σ_p の値を較正曲線により定めることが必須である。

σ_p は成長粒子が発生を開始する繰返し数 N によって求められるが、この N は応力振幅によって固有の値となるため、これを決定するには試験を頻繁に中断する必要がある。したがって、較正曲線を利用する方法は必ずしも実用的とはいえない。これに対し、成長粒子の発生密度は N とともに増加し広範な N に対して測定できる。

ここでは、成長粒子の密度を支配する応力成分を明らかにすることにより、較正曲線に代わって成長粒子の発生密度を利用する方法を検討する[13]。

弾性係数の異なる3種類の材料(チタン合金、アルミニウム合金、フェレイト系ステンレス合金)について種々の二軸応力比 C に対し、せん断応力振幅 $\tau_p (= \sigma_1 - \sigma_2)$ と成長粒子発生密度 r^* および繰返し数 N の関係を調査した。一例としてチタン合金に対する測定結果を図15に示す。

τ_p で整理すれば、 C の如何にかかわらず r^*-N 関係はほぼ同じとなり、他の材料に対しても同じ結果が得られた。これらの結果から、 r^* とその増加速度を支配する主要な因子はせん断応力振幅 τ_p であることが明らかとなった。

図の直線の傾きは成長粒子発生密度の面積増加速度 A であり、その平方根 \sqrt{A} は粒子成長速度の尺度になる。

τ_p と \sqrt{A} の関係を詳細に調査した結果、次式が得られた。

$$\tau_p = p \log \sqrt{A} + q \quad (16)$$

$$r^* = 10^{2(\tau_p - q)/p} N + D \quad (17)$$

ここに、 p 、 q は材料に固有の値であり、 D は τ_p に依存しない定数となる。この定数を用いて式(17)より各 τ_p に対する r^* と N の関係を求めれば、図15の破線となり実線とほぼ一致する。したがって、任意の繰返し数 N において r^* を測定すれば、 σ_1 、 σ_2 を定めるのに不可欠な式(10)、(11)の材料に作用したせん断応力振幅 τ_p を式(17)により決定できる。

4. 7 周波数と波形の影響

これまでの試験は、いずれも応力周波数は60Hz

とし、応力波形には正弦波を用いた。しかしながら、稼働中の実機では、これを構成する要素に作用する繰返し応力の周波数や波形は様々に異なる。したがって、本手法を実機に適用するにあたっては円孔縁のすべり線発生に及ぼすこれらの影響を明らかにしておく必要がある。

正弦波形を用いて種々の周波数で得られた円孔縁のすべり線発生割合 r と σ_{ph} の関係を図16に示す[14]。周波数の低下とともに同一応力振幅

に対する r が増加し、ひずみ感度が上昇することがわかる。

この結果に基づいて任意の周波数に対する $\sigma_{ph0.5} - r$ 関係を定めるため、 r が50%となる応力振幅 $\sigma_{ph0.5}$ を図16より求め、 $1/4$ サイクル当たりの平均ひずみ速度 $4n\sigma_{ph0.5}/E$ (n ; Hz, E ; 使用材料のヤング率) との関係性を求めれば、図17となる。図より両者の間には次式が成立する

$$\sigma_{ph0.5} = A \log(4n\sigma_{ph0.5}/E) + B \quad (18)$$

この式を利用すれば、任意の周波数に対する $\sigma_{ph0.5}$ を予測でき、 r と σ_{ph} の関係の傾きが周波数によらず等しくなる(図16)ことを利用して任意の周波数に対する $\sigma_{ph} - r$ 関係が決定できる。

図16の結果に基づいて各応力振幅に対し、 r と繰返し数 N の関係を求め、対数正規確率紙により図18に示す。

任意の繰返し数 N_0 における r_0 を測定することにより、荷重の周波数が既知の被測定物に作用した応力振幅を図16および図18の関係をj利用して求めることができる。図18において $N = N_0$ 上にこの r_0 をプロットし、他の直線と平行線を引く。次いで、この直線上で $N = 5.0 \times 10^5$ あるいは 3.0×10^5 における r の値を読みとる。さらに、図16における σ_{ph} と r の関係の傾きが周波数

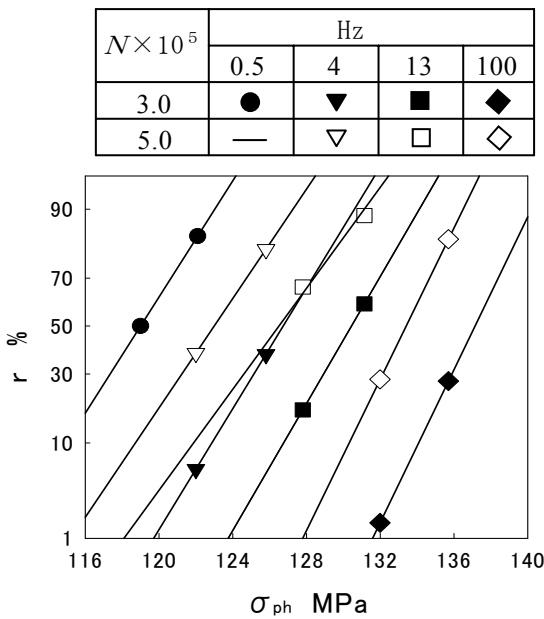


図16 r と σ_{ph} の関係に及ぼす周波数の影響

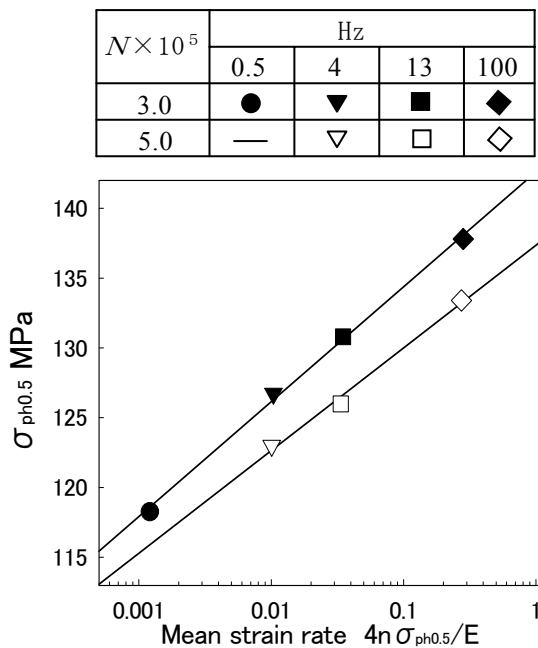


図17 $\sigma_{ph0.5}$ と平均ひずみ速度の関係

Hz	Stress amplitude MPa					
	122	126	128	131	132	136
4	■	□				
13			▼	▽		
100					◆	◇

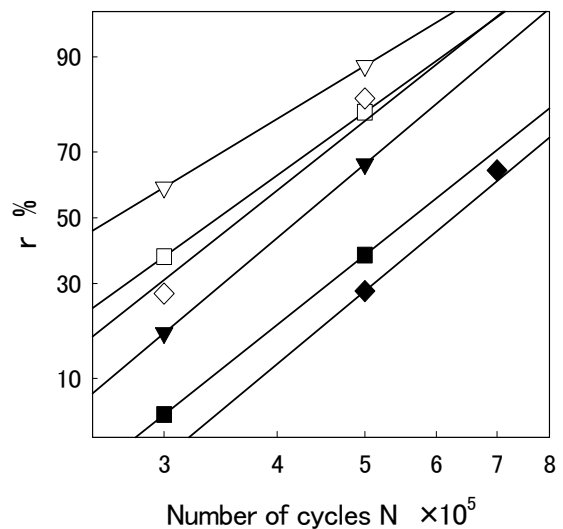


図18 r と N の関係

によらず等しいことを利用して、被測定物に作用する周波数での $\sigma_{ph} - r$ 関係が決定できるので、図 18 で読みとった値から作用した σ_{ph} を求めることができる。

種々の応力波形に対し、 $\sigma_{ph} = 126$ MPa、周波数を 4 Hz として得られたすべり線発生割合 r と繰返し数 N の関係を図 19 に示す。図中の三角波における (a), (b), (c) は負荷速度と徐荷速度を変えたものである。同一繰返し数に対する r と r の増加速度 dr/dN は矩形波が最も大きく、正弦波、三角波の順に低下する。また、三角波では負荷速度、徐荷速度の相違は r にほとんど影響しない。

このように、 r には波形依存性があるから、本手法で二軸応力を精密に測定するには、被測定物に作用する繰返し荷重と同じ波形に対する $r - N$ 関係を求めておく必要がある。しかしながら、実際には作用する波形が把握できない場合も多い。そこで、矩形波、三角波に対して、正弦波が作用したものとみなし、測定値がどの程度の誤差を含むかを検討した [14]。この結果、誤差は 4 % 程度であり、正弦波が作用したとみなしても殆ど差し支えないことが明らかとなった。

終わりに当たり、本手法を実用化するには、一年間鳥取大学に助教授として在職された陳建橋氏（現：華中科技大学教授）、機械工学科小野勇一助教をはじめ、当時機械工学科固体力学研究室に在籍した多くの学生諸君の多大な助力があったことを付記し、謝意を表する。

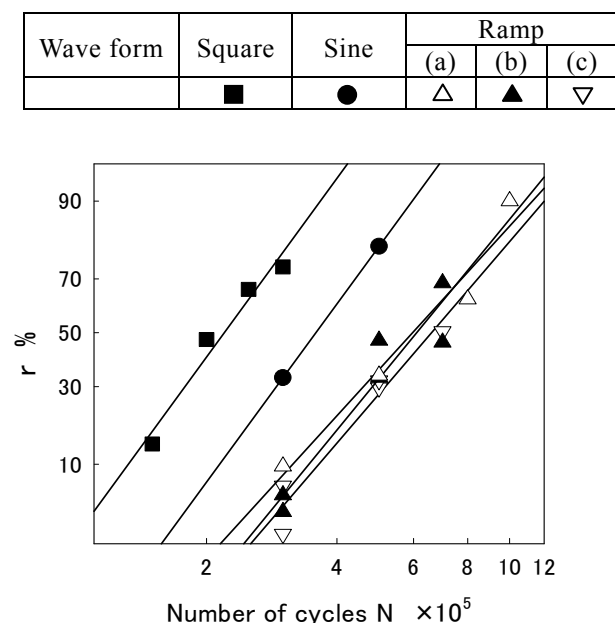


図 19 応力波形が r に及ぼす影響

参考文献

- [1] 大久保 肇：銅めっき応力測定法，朝倉書店，pp.206-209，2000.
- [2] Timoshenko, S.P. and Goodier, J.N. : Theory of elasticity, pp.90-93, McGRAW-HILL, 1970.
- [3] 北岡征一郎，長瀬康男：銅めっき応力測定法による第 2 主応力の測定（円周みぞ底の曲げによる円周応力），日本機械学会論文集 (A 編)，56 巻，526 号，pp.1436-1441，1990.
- [4] 北岡征一郎，江上 登，細野喜久雄，松井博司：微小円孔を有する電着銅薄膜による二軸応力検出法（第 1 報，両端に組合せ負荷を受ける要素），日本機械学会論文集 (A 編)，57 巻，538 号，pp.1436-1441，1991.
- [5] 北岡征一郎，大嶋和彦：微小円孔を有する電着銅薄膜による二軸応力検出法（第 2 報，一般問題への拡張），日本機械学会論文集 (A 編)，59 巻，560 号，pp.1030-1035，1993.
- [6] 新転位論，丸善，pp.255-256，1977.
- [7] 北岡征一郎，江上 登，藤井賢二：微小円孔を有する電着銅薄膜による二軸応力検出法（第 3 報，二軸引張りとなる応力州中部への適用），日本機械学会論文集 (A 編)，59 巻，560 号，pp.1036-1041，1993.
- [8] Seiichiro Kitaoka, Jian-qiao Chen, Noboru Egami and Jun Hasegawa : Measurement of Biaxial Stress Using Electrodeposited Copper Foil with a Microcircular Hole (Method Using the Probability of the Occurrence of Slip), JSME International Journal, Series A, Vol39, No.4, pp.533-539, 1996.
- [9] 横堀武夫：材料強度学，岩波全書，pp.303-303，1971.
- [10] 北岡征一郎，小林敏宏，大嶋和彦，御厨照明：電着銅薄膜の粒子成長過程に着目した応力測定法（粒子生成と粒子成長），日本機械学会論文集 (A 編)，53 巻，487 号，pp.646-652，1987.
- [11] 平田森三：理工学における統計的現象，機械の研究，1 巻，5 号，pp.231-234，1949.
- [12] 北岡征一郎，宇田康弘，矢田純平：微小円孔を有する電着銅薄膜による二軸応力検出法（第 5 報，被測定物の弾性係数の影響），日本機械学会論文集 (A 編)，66 巻，647 号，pp.1398-1403，2000.

- [13] 北岡征一郎, 小野勇一, 中川政章: 微小円孔を有する電着銅薄膜の成長粒子発生密度を利用した二軸応力検出法, 日本機械学会論文集(A編), 69巻, 679号, pp. 565-570, 2003.
- [14] 北岡征一郎, 小野勇一, 宇田康弘: 微小円孔を有する電着銅薄膜による二軸応力検出法(ひずみ感度に及ぼす周波数および波形の影響), 日本機械学会論文集(A編), 70巻, 694号, pp. 837-842, 2004.

(受理 平成19年10月30日)